

2002s-45

Étude du biais dans le prix des options

Charles Dugas, Yoshua Bengio

Série Scientifique
Scientific Series



CIRANO
Centre interuniversitaire de recherche
en analyse des organisations

Montréal
Mai 2002

CIRANO

Le CIRANO est un organisme sans but lucratif constitué en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du ministère de la Recherche, de la Science et de la Technologie, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Québec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the Ministère de la Recherche, de la Science et de la Technologie, and grants and research mandates obtained by its research teams.

Les organisations-partenaires / The Partner Organizations

- École des Hautes Études Commerciales
- École Polytechnique de Montréal
- Université Concordia
- Université de Montréal
- Université du Québec à Montréal
- Université Laval
- Université McGill
- Ministère des Finances du Québec
- MRST
- Alcan inc.
- AXA Canada
- Banque du Canada
- Banque Laurentienne du Canada
- Banque Nationale du Canada
- Banque Royale du Canada
- Bell Canada
- Bombardier
- Bourse de Montréal
- Développement des ressources humaines Canada (DRHC)
- Fédération des caisses Desjardins du Québec
- Hydro-Québec
- Industrie Canada
- Pratt & Whitney Canada Inc.
- Raymond Chabot Grant Thornton
- Ville de Montréal

© 2002 Charles Dugas et Yoshua Bengio. Tous droits réservés. All rights reserved. Reproduction partielle permise avec citation du document source, incluant la notice ©.

Short sections may be quoted without explicit permission, if full credit, including © notice, is given to the source.

Les cahiers de la série scientifique (CS) visent à rendre accessibles des résultats de recherche effectuée au CIRANO afin de susciter échanges et commentaires. Ces cahiers sont écrits dans le style des publications scientifiques. Les idées et les opinions émises sont sous l'unique responsabilité des auteurs et ne représentent pas nécessairement les positions du CIRANO ou de ses partenaires.

This paper presents research carried out at CIRANO and aims at encouraging discussion and comment. The observations and viewpoints expressed are the sole responsibility of the authors. They do not necessarily represent positions of CIRANO or its partners.

Étude du biais dans le prix des options

Charles Dugas* et Yoshua Bengio†

Résumé / Abstract

Le prix d'une option devrait refléter la valeur moyenne que l'acheteur en reçoit ainsi qu'une prime de risque. Ce rapport décrit une étude empirique pour analyser ces facteurs de manière graphique et quantitative. L'analyse se concentre sur la différence moyenne entre le prix de l'option et sa valeur actualisée moyenne à maturité (le "biais"), et tente de cerner des régularités temporelles dans les patrons de cette différence. On y découvre de surprenants patrons quasi-périodiques de ces variations, en particulier pour les *calls* de maturité élevée (moins clairement pour les *puts*), qui sont étudiés avec une analyse spectrale.

The price of an option should reflect the average value that a buyer receives for it, and also a risk premium. This report describes an empirical study for analysing these factors as a graphical and quantitative manner. The analysis focuses on the average difference between the price option and its present average value at maturity (the bias), and tries to detect some temporal regularities in the pattern of this bias. We found some very surprising almost-periodic patterns for the bias, in particular for the long-time maturities (not so clearly for the puts), as studied by spectral analysis.

Mots-clés : Prix d'options, biais, analyse spectrale.

Keywords: *Option price, bias, spectral analysis.*

* CIRANO et Département d'informatique et recherche opérationnelle, Université de Montréal, Montréal, Québec, Canada, H3C 3J7. Email: dugas@iro.umontreal.ca

† CIRANO et Département d'informatique et recherche opérationnelle, Université de Montréal, Montréal, Québec, Canada, H3C 3J7. Tel: +1 (514) 343-6804, email:bengioy@iro.umontreal.ca

1 Introduction

Le prix d'une option ou d'autres produits dérivés devrait refléter la valeur moyenne que l'acheteur en reçoit ainsi qu'une prime de risque. Notre groupe de recherche s'intéresse depuis plusieurs années à la modélisation de ces prix en utilisant les algorithmes d'apprentissage statistique (AÏT-SAHALIA et DUARTE 2000; GARCIA et GENÇAY 1998; DUGAS, BENGIO, BÉLISLE, NADEAU et GARCIA 2001; HUTCHINSON, LO et POGGIO 1994; STUTZER 1996), qui font pas ou peu d'hypothèses sur la nature sous-jacente des données observées. Ce rapport décrit une étude empirique pour analyser certains facteurs qui influencent la prime de risque, de manière graphique et quantitative. L'analyse se concentre sur la différence moyenne entre le prix de l'option et sa valeur actualisée moyenne à maturité (le "biais" ou prime de risque), et tente de cerner des régularités temporelles dans les patrons de cette différence.

Ce rapport a porté sur l'étude du biais apparaissant entre le prix des options européennes transigées sur les marchés et leur valeur actualisée à maturité.

Considérons le cas d'un call européen (BLACK et SCHOLLES 1973) de maturité T et de strike K sur un sous-jacent dont le prix au cours du temps est $(S_t)_{t \geq 0}$. Le taux d'intérêt actuel sur le marché est r et le prix du call sur le marché à la date actuelle t est c_t .

On sait que la valeur de ce call à maturité sera $(S_T - K)_+$. Par conséquent, la valeur actualisée à maturité, calculée à l'instant présent, est la suivante :

$$H_t = (S_T - K)_+ e^{-r(T-t)}.$$

Étant donnée l'incertitude sur l'évolution future du sous-jacent S , il n'est pas surprenant que le biais $c_t - H_t$ soit positif (c'est le "time value" de l'option). Ceci aurait simplement tendance à traduire le risque pris par l'investisseur au moment de mettre un call sur le marché. Plus surprenant, selon notre étude, ce biais connaîtrait une répartition périodique trimestrielle, semi-annuelle et annuelle.

L'étude s'est faite de la manière la plus simple possible en calculant la moyenne quotidienne, mensuelle et annuelle de la quantité $c_t - H_t$ précédente pour les calls et les puts, sur l'ensemble de nos données.

Toutes ces moyennes sont positives mais seules les moyennes mensuelles semblent révéler un comportement périodique du biais. Celles-ci ont donc été soumises à une analyse spectrale dont les résultats sont énoncés ci-après.

2 Position du Problème

Les données considérées sont toujours les valeurs S&P500 de puts et calls européens entre 1987 et 1997.

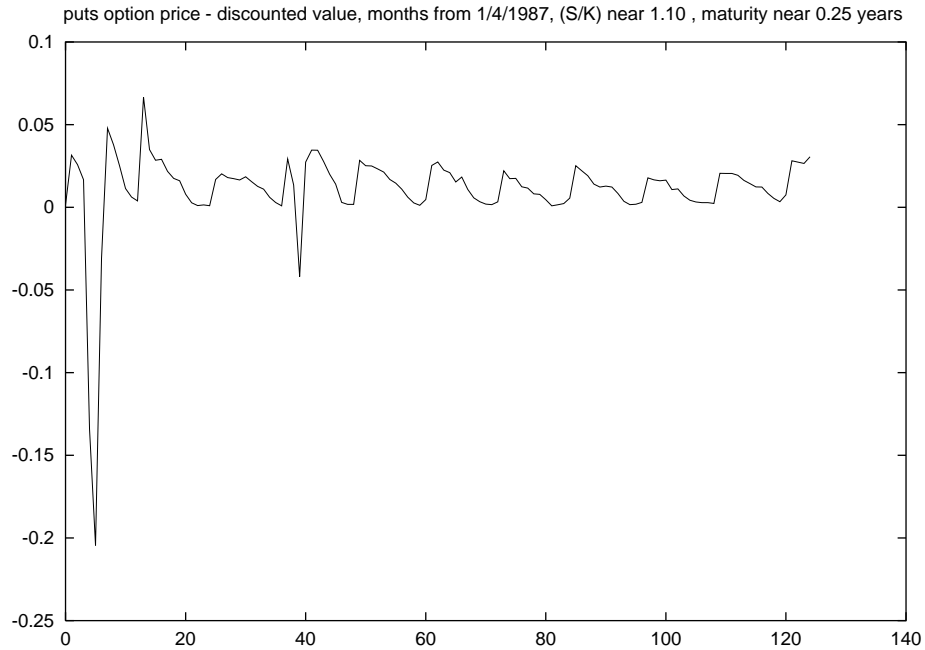


FIG. 1: Biais mensuel des puts avec S/K près de 1.1, maturité près de 3 mois.

Nous nous intéressons ici en particulier au biais, défini ainsi :

$$\frac{\text{prix de l'option}}{\text{strike}} - \text{actualisation} * \max\left(0, \frac{\text{sous-jacent à maturité} - \text{strike}}{\text{strike}}\right).$$

Suite à l'observation de la figure 1, la question était de savoir si cette quantité connaissait une forme de périodicité.

Des observations préliminaires laissaient penser que le phénomène dépendait moins de la valeur du rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$ que de celle de la maturité.

La démarche adoptée est la suivante :

- On effectue des moyennes mensuelles sur les options dont le rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$ et la maturité sont proches des paramètres spécifiés (différence relative < 5%).
- On effectue une FFT sur ce nouvel ensemble de n données.
- On trace le spectre en ne retenant des coefficients de Fourier que leur module.
- Sur chaque spectre obtenu sont déterminés le maximum M , la moyenne μ et la variance σ^2 des fréquences.

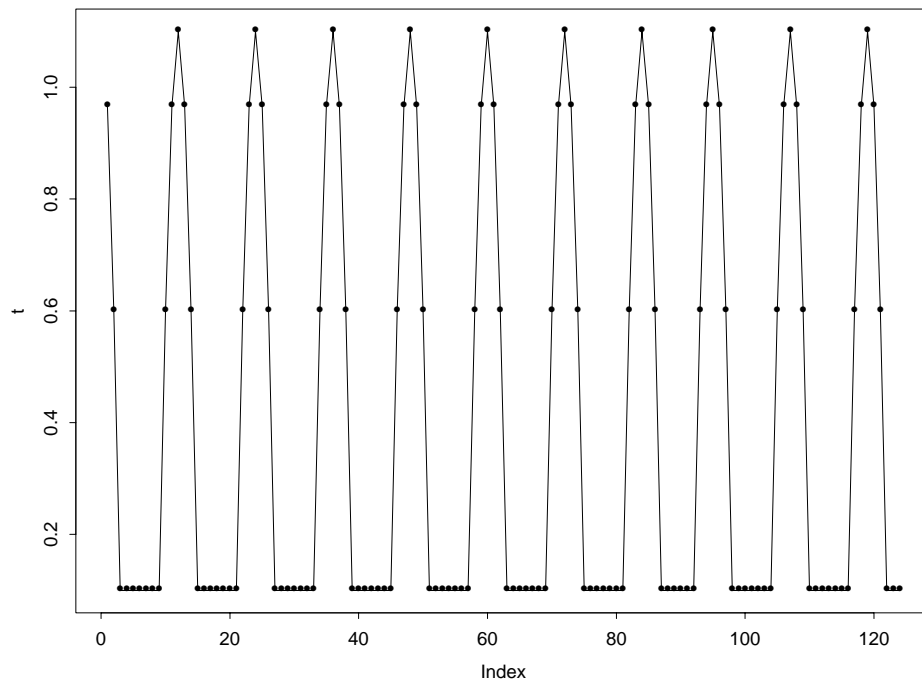


FIG. 2: Partie positive d'un sinus de période mensuelle et de moyenne comparable aux options.

– On considère enfin la statistique : $Z = \frac{M - \mu}{\sigma \sqrt{n}}$.

Il est difficile d'effectuer un test statistique sur Z . Toutefois, si M est significative par rapport aux autres fréquences, elle doit être loin de la moyenne et la variance doit être faible ; ce qui impliquerait une grande valeur de Z .

A titre de référence, nous avons considéré la partie positive d'un sinus de période mensuelle et de moyenne comparable à celle de nos options. La figure 2 donne l'allure de cette fonction et la figure 3, son spectre, déterminé comme décrit précédemment.

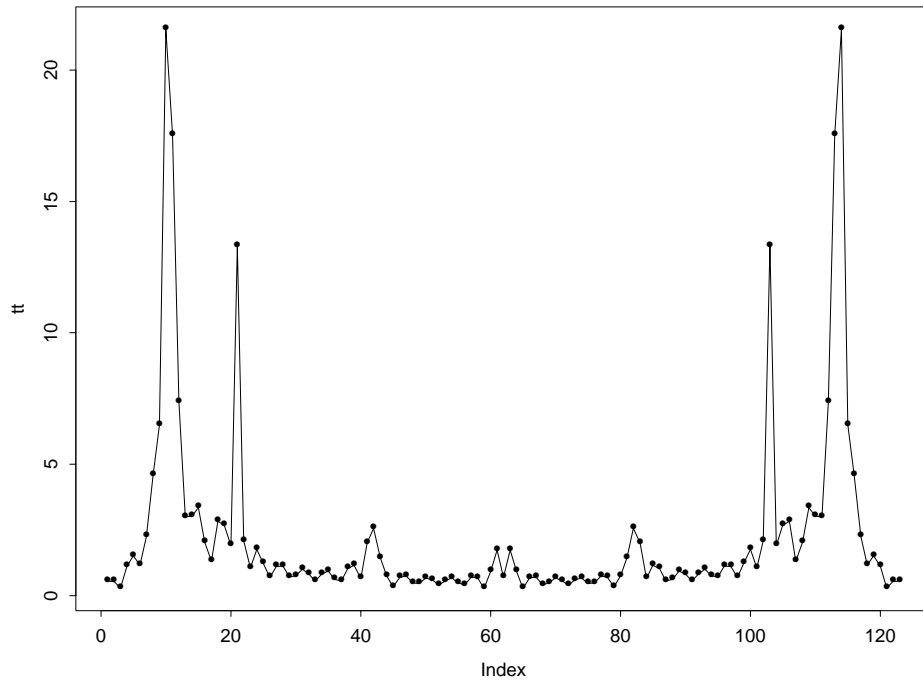


FIG. 3: Spectre du sinus coupé de la figure précédente.

3 Résultats

Pour différentes valeurs de maturités et de strikes, les tableaux suivants nous donnent :

- la valeur de Z pour la période dominante (en mois) : Z_{\max} .
- la valeur de la période dominante,
- la valeur de Z pour une période mensuelle : Z_m .

La lettre t désigne les résultats obtenus pour notre trajectoire témoin (figure 2).

3.1 Pour les puts

rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$	maturité (en années)	Z_{\max}	période dominante	Z_m
.9	.12	.25	.53	.14
	.25	.29	.51	.15
	.50	.35	.49	.25
	.75	.40	.50	.14
	1.0	.43	.50	.21
1.0	.12	.23	.98	
	.25	.21	1.74	.17
	.50	.33	1.06	
	.75	.31	.49	.17
	1.0	.32	.97	
1.1	.12	.27	.99	
	.25	.21	2.03	.17
	.50	.35	1.06	
	.75	.25	.97	
	1.0	.38	.97	
t		.46	1.06	.46

Voici les spectres obtenus pour différentes valeurs des paramètres (comparativement à la figure 3) avec, en vis-à-vis, l'allure de la répartition temporelle du biais.

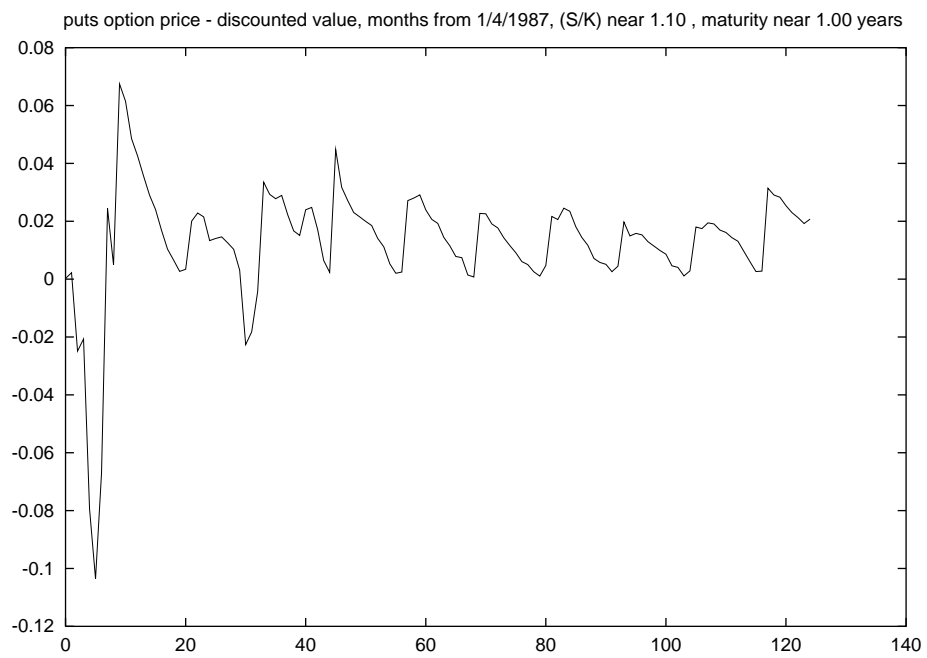


FIG. 4: Put de maturité 1.0 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}} = 1.0$

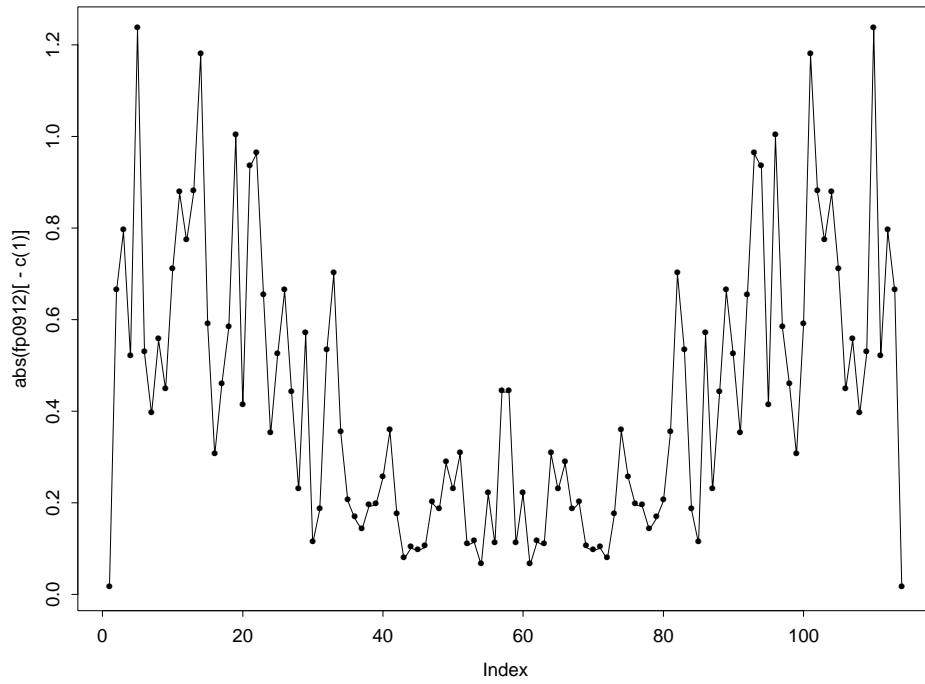


FIG. 5: Spectre correspondant au put de la figure précédente.

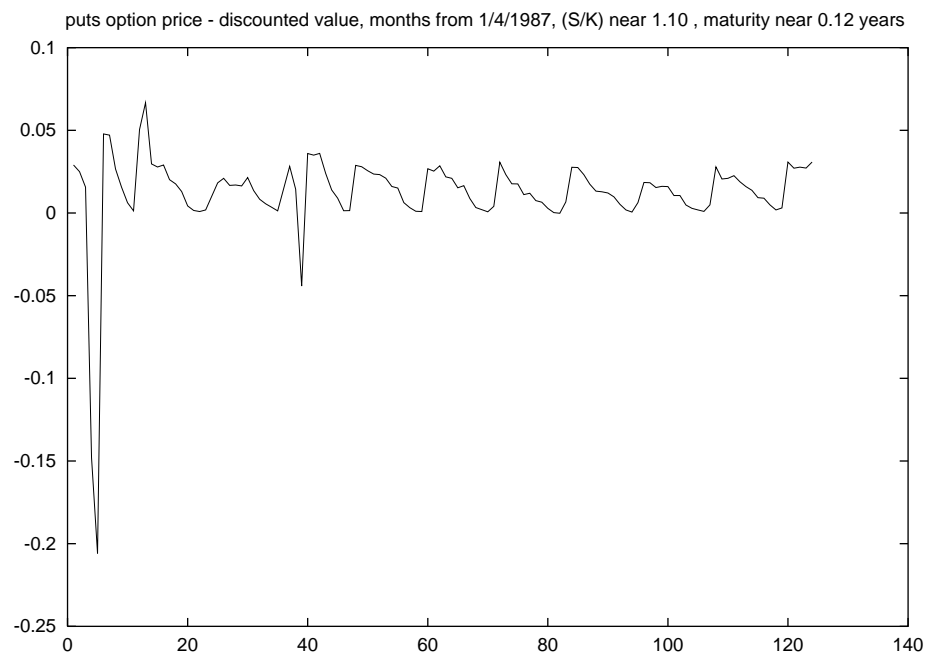


FIG. 6: put de maturité .12 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}} = 1.1$

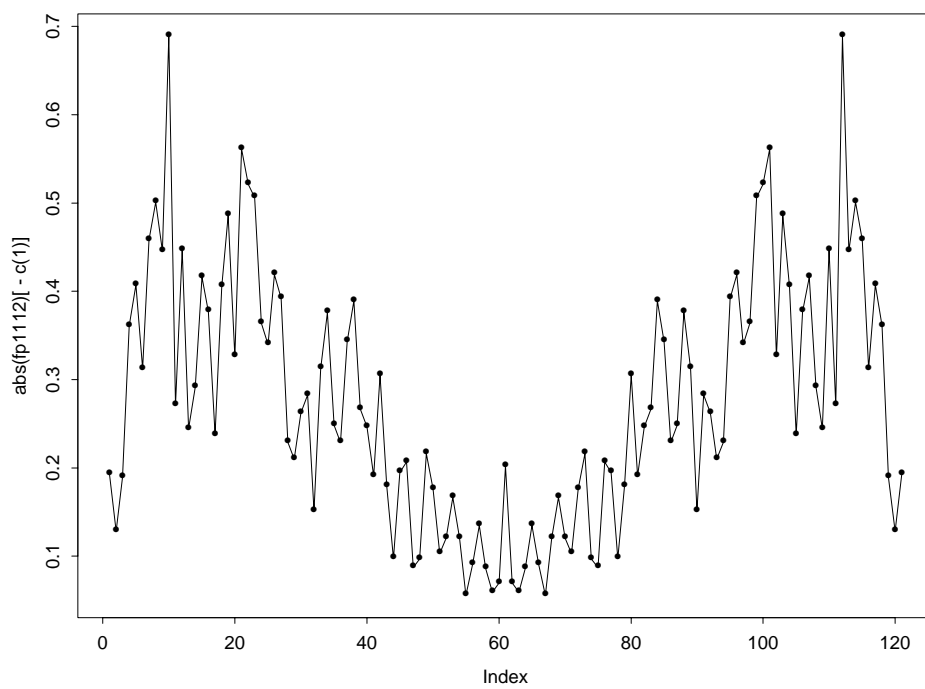


FIG. 7: Spectre de la série de la figure précédente.

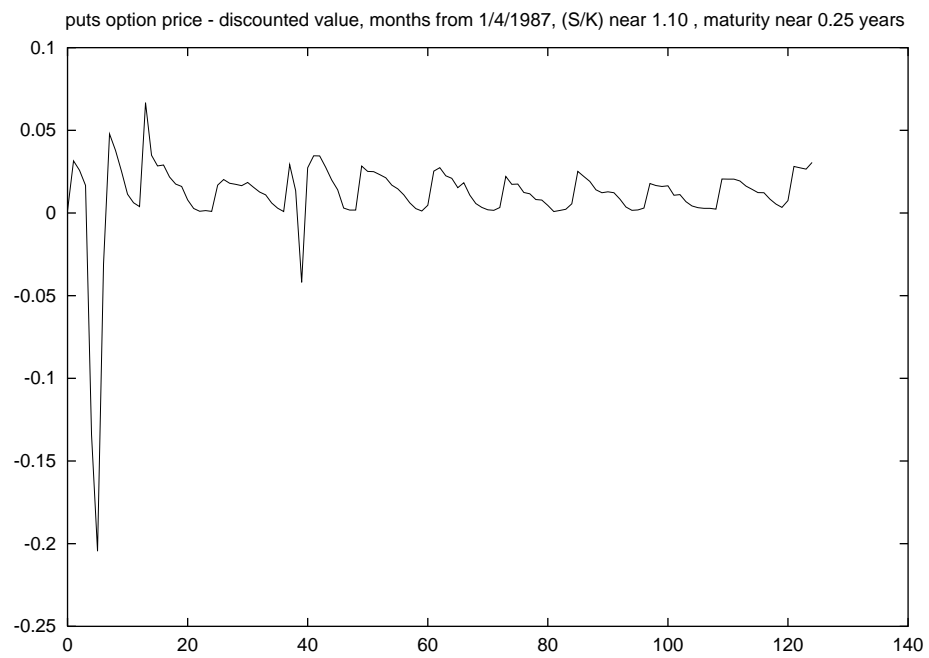


FIG. 8: put de maturité .25 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}} = 1.1$

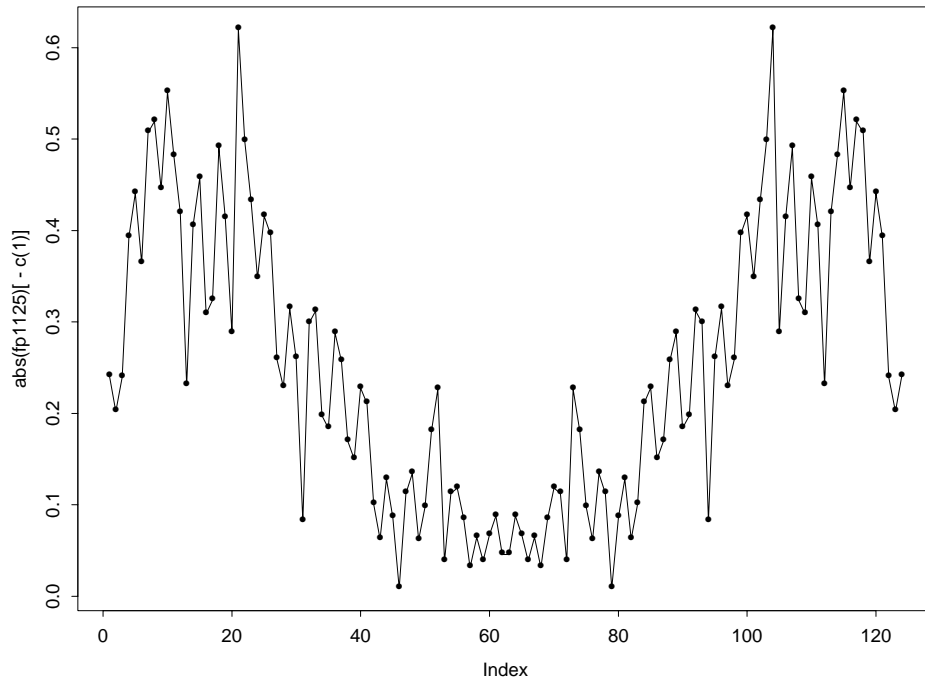


FIG. 9: Spectre de la série de la figure précédente.

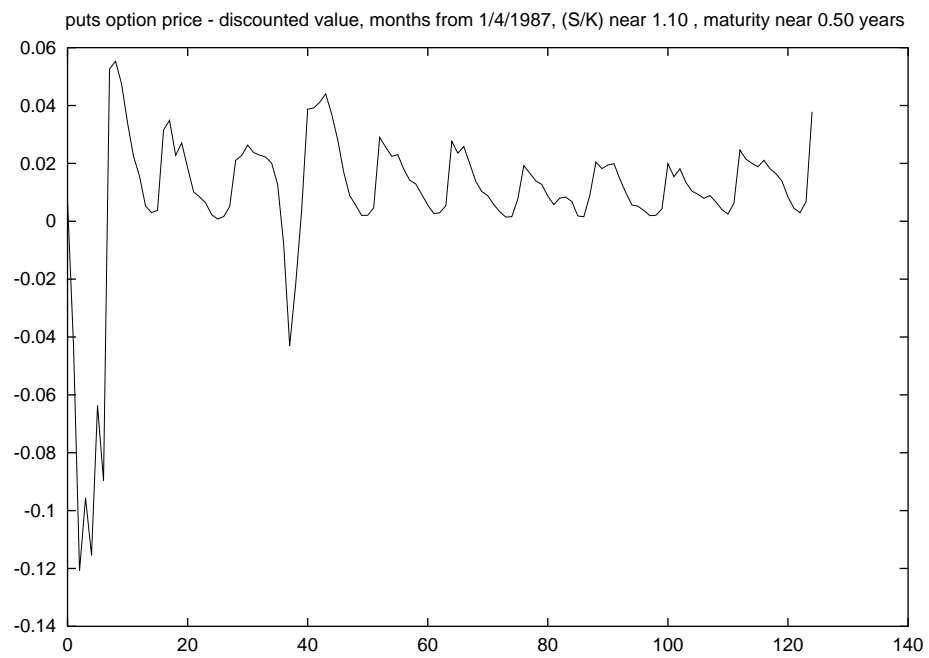


FIG. 10: put de maturité .50 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}} = 1.1$

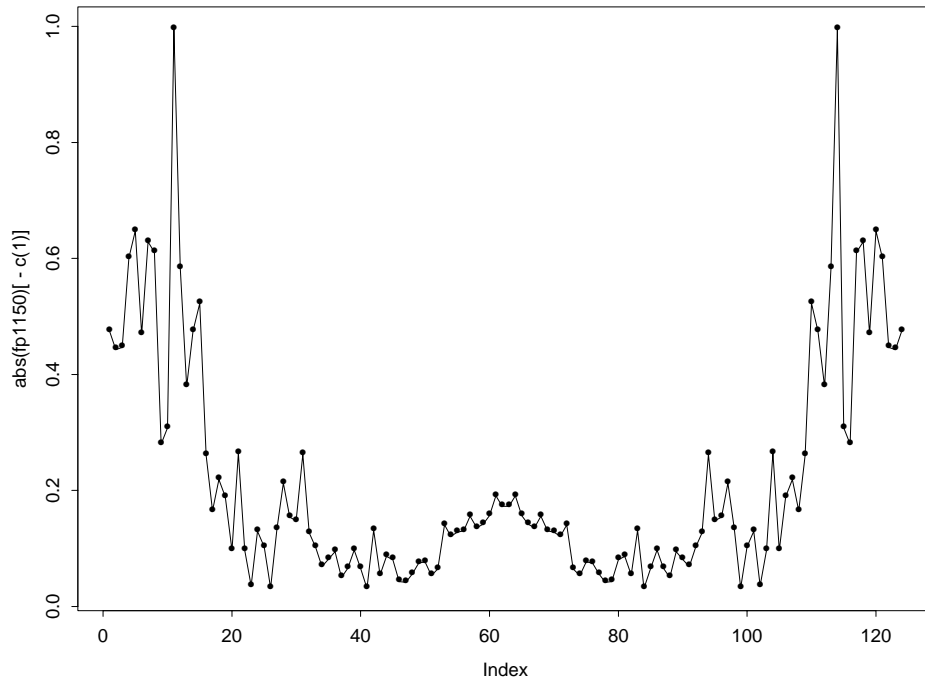


FIG. 11: Spectre des biais d'option de la figure précédente.

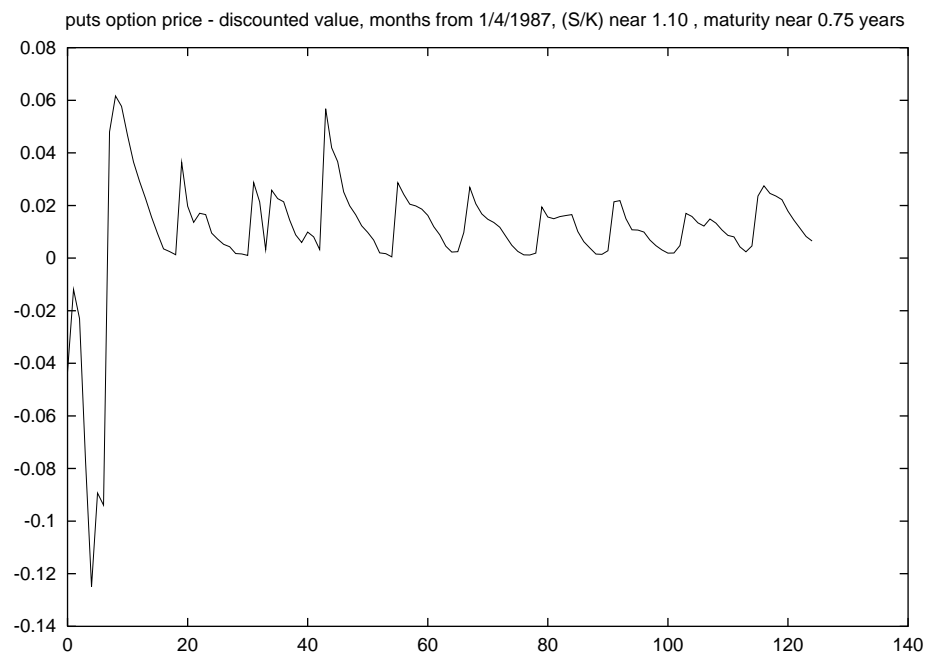


FIG. 12: put de maturité .75 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}} = 1.1$

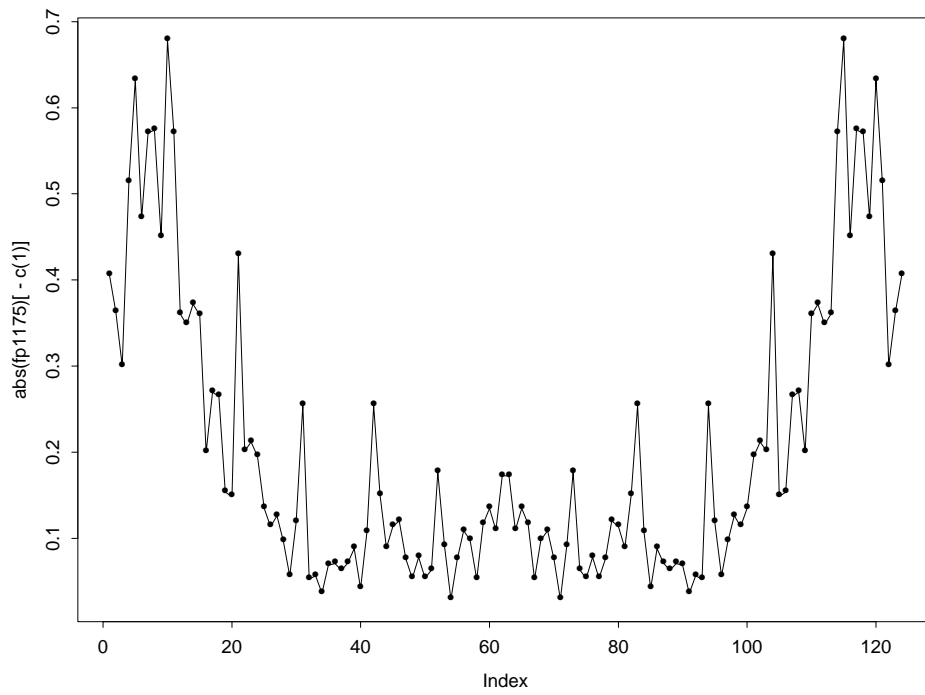


FIG. 13: Spectre de la série de la figure précédente.

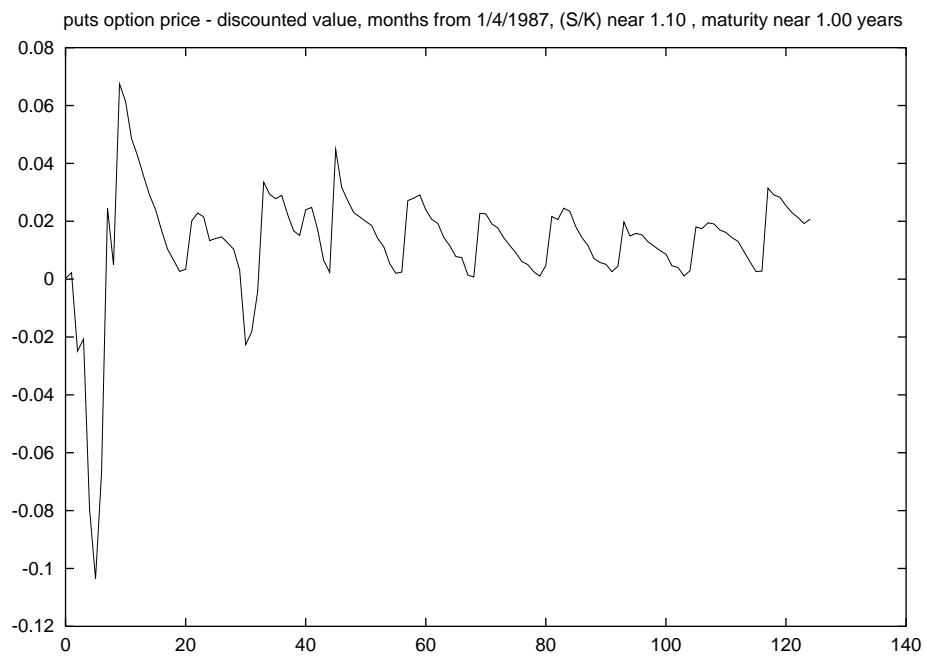


FIG. 14: put de maturité 1.0 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}} = 1.1$

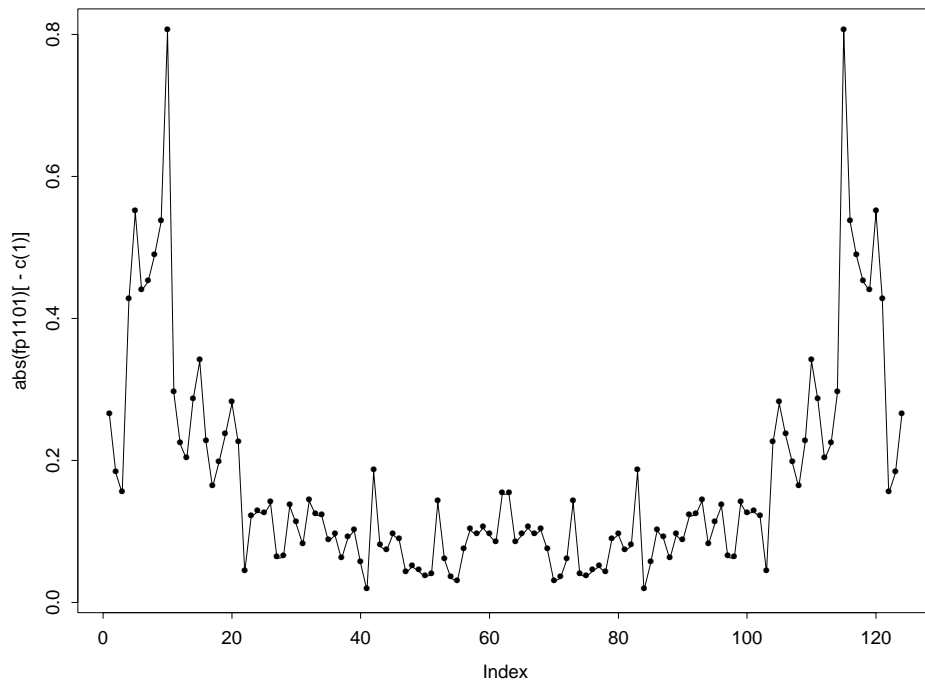


FIG. 15: Spectre de la série de la figure précédente.

3.2 Pour les calls

Le tableau suivant est structuré de la même manière que celui pour les puts déjà présenté.

rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$	maturité (en années)	Z_{\max}	période dominante	Z_m
.9	.12	.32	1.06	
	.25	.25	.99	
	.50	.38	.49	.16
	.75	.40	.51	.15
	1.0	.43	.10	.11
1.0	.12	.30	1.23	
	.25	.29	.49	.22
	.50	.48	.49	.11
	.75	.49	.50	.10
	1.0	.43	.48	.11
1.1	.12	.29	1.31	
	.25	.36	.52	.22
	.50	.47	.51	.13
	.75	.45	.55	.10
	1.0	.46	.50	.12
t		.46	1.06	.46

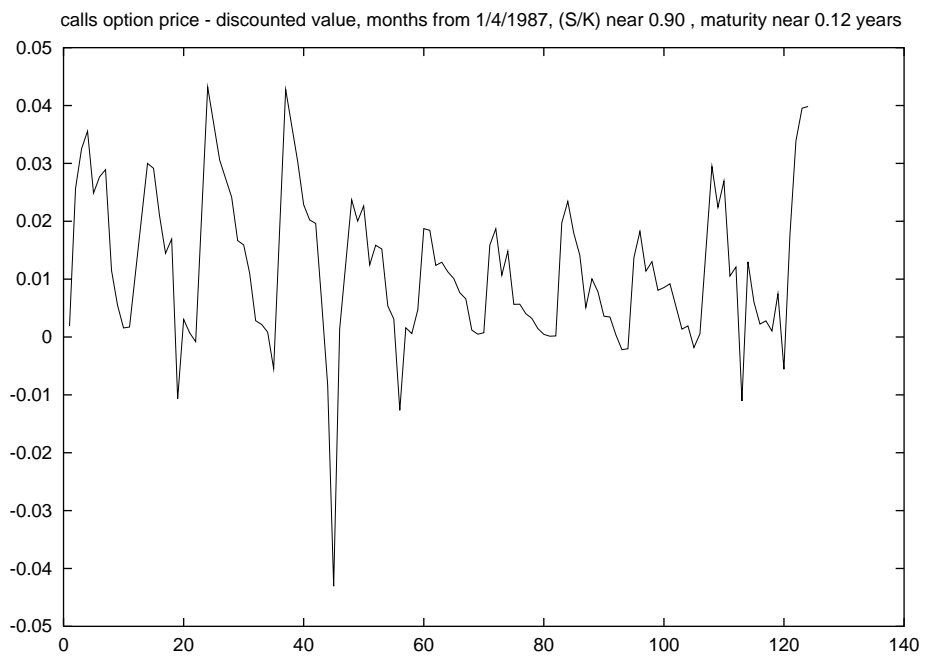


FIG. 16: call de maturité .12 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$ 0.9

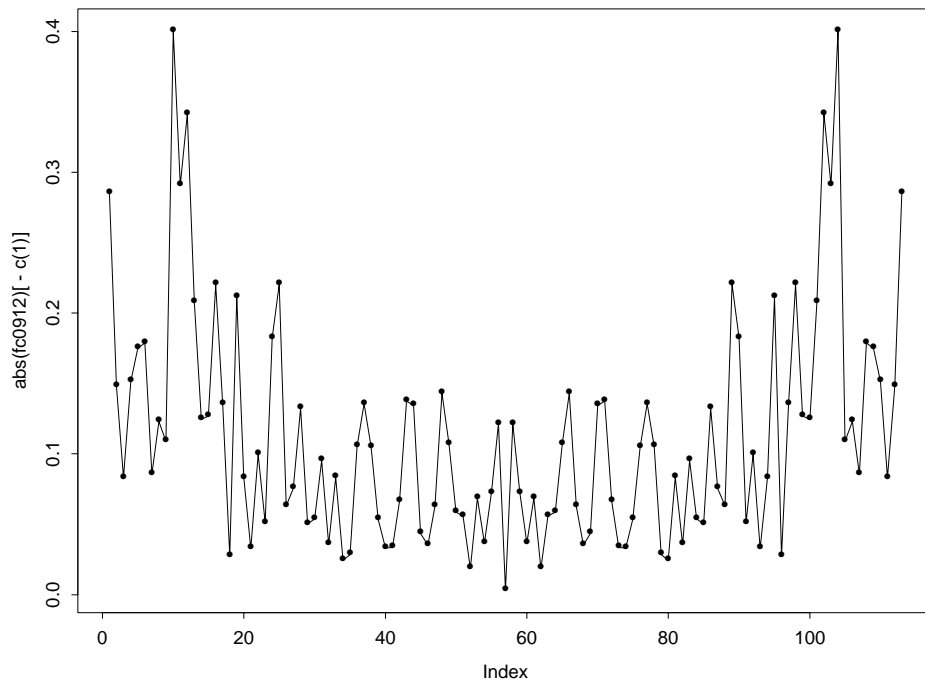


FIG. 17: Spectre de la série de la figure précédente.

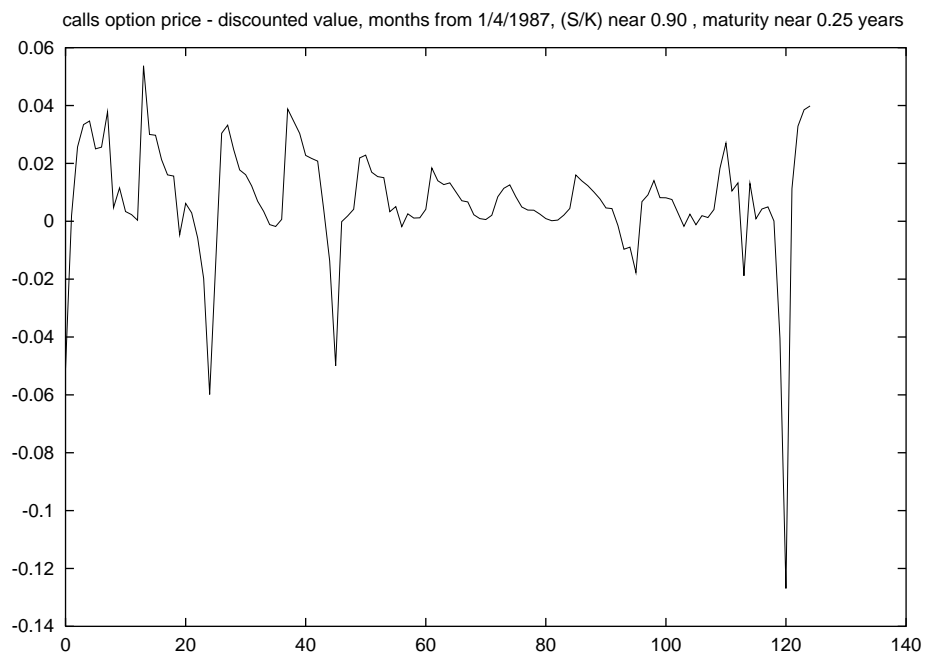


FIG. 18: call de maturité .25 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$ 0.9

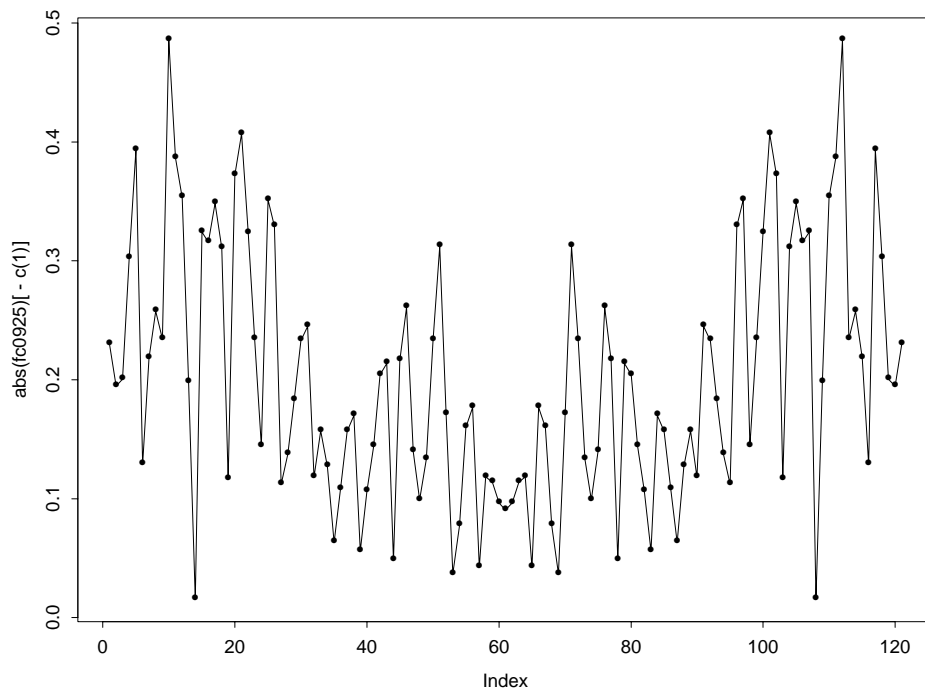


FIG. 19: Spectre de la série de la figure précédente.

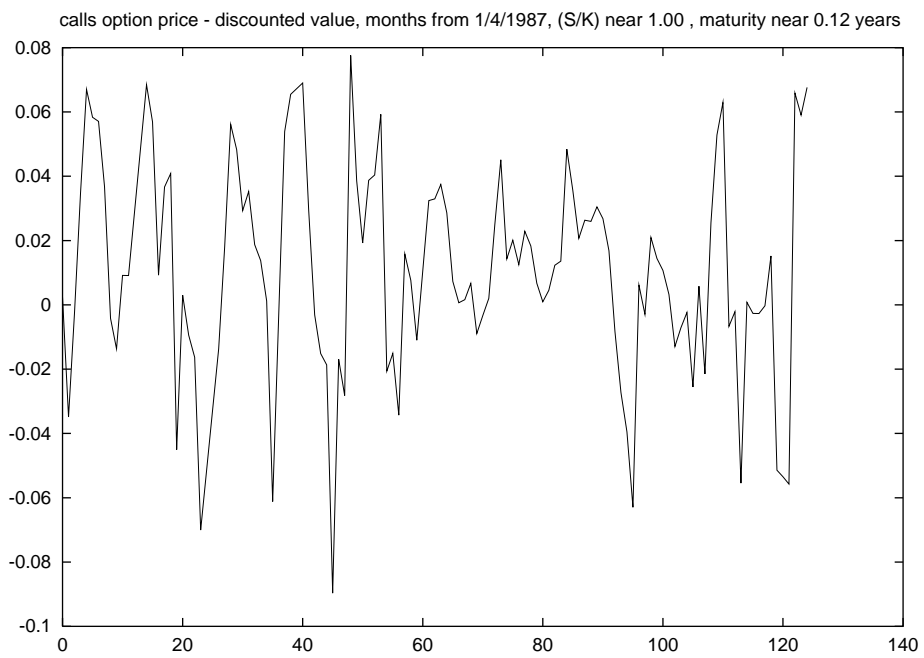


FIG. 20: call de maturité .12 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$ 1.0

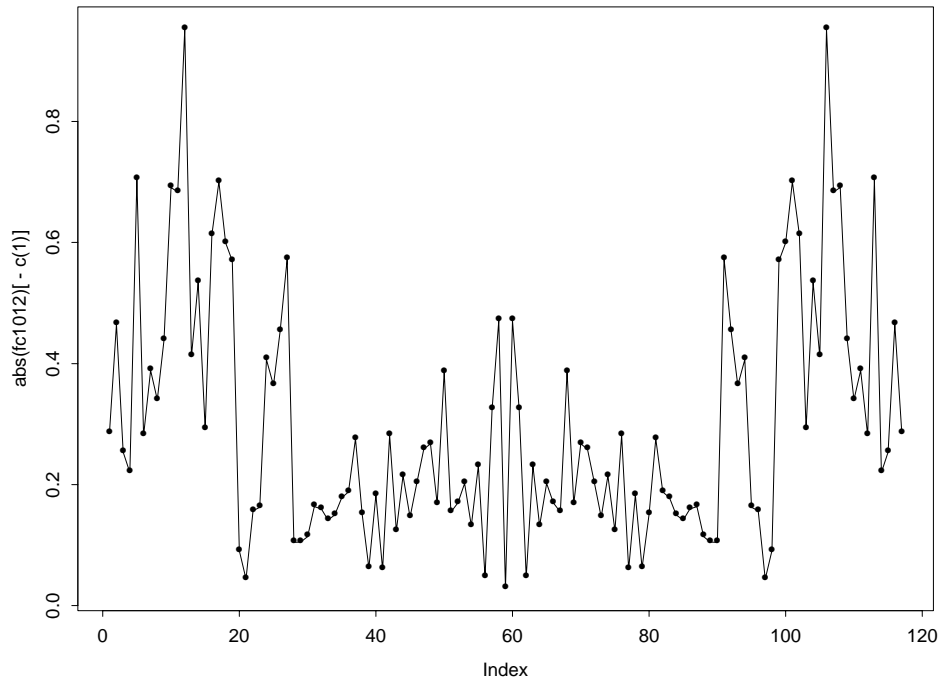


FIG. 21: Spectre de la série de la figure précédente.



FIG. 22: call de maturité .12 et de rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$ 1.1

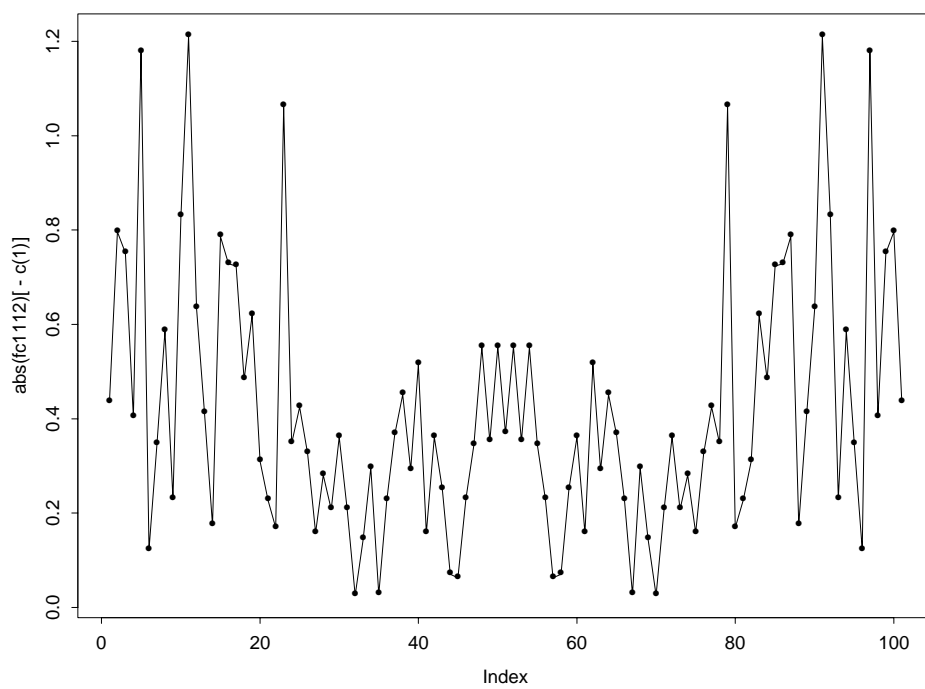


FIG. 23: Spectre de la série de la figure précédente.

4 Commentaires

À la vue de ces résultats, il semblerait que :

- Il existe bien un patron périodique dans la répartition temporelle du biais pour certains puts. Les résultats ne semblent pas aussi probants pour les calls.
- Le phénomène de périodicité apparaît le plus nettement pour des puts de maturités supérieures à 6 mois et un rapport $\frac{\text{spot}}{\text{strike}}$ de plus de 1.0.
- Le biais maximum, lorsqu'une forme de périodicité est apparente, survient en fin d'année, vers les mois d'octobre ou novembre. Le biais minimum le précède immédiatement.
- Pour les calls, le patron est moins apparent, excepté pour une maturité faible (inférieure à .25 année).
- La statistique Z n'a toutefois qu'un aspect indicatif. Ainsi, elle met parfois en évidence une périodicité semi-mensuelle qui n'apparaît clairement sur aucune figure.

Références

- AÏT-SAHALIA, Y. et J. DUARTE (2000), « Nonparametric Option Pricing under Shape Restrictions », Rapport technique, Princeton University.
- BLACK, F. et M. SCHOLES (1973), « The Pricing of Options and Corporate Liabilities », *Journal of Political Economy* 81(3), p. 637–654.
- DUGAS, C., Y. BENGIO, F. BÉLISLE, C. NADEAU et R. GARCIA (2001), « A Universal Approximator of Convex Functions Applied to Option Pricing », *Advances in Neural Information Processing Systems*, Denver, CO,
- GARCIA, R. et R. GENÇAY (1998), « Pricing and Hedging Derivative Securities with Neural Networks and a Homogeneity Hint », Rapport technique 98s-35, CIRANO, Montréal, Québec, Canada.
- HUTCHINSON, J., A. LO et T. POGGIO (1994), « A Nonparametric Approach to Pricing and Hedging Derivative Securities Via Learning Networks », *Journal of Finance* 49(3), p. 851–889.
- STUTZER, M. (1996), « A Simple Nonparametric Approach to Derivative Security Valuation », *The Journal of Finance* 51(5), p. 1633–1652.

Liste des publications au CIRANO*

Série Scientifique / *Scientific Series* (ISSN 1198-8177)

- 2002s-45 Étude du Biais dans le Prix des Options / C. Dugas et Y. Bengio
- 2002s-44 Régularisation du Prix des Options : Stacking / O. Bardou et Y. Bengio
- 2002s-43 Monotonicity and Bounds for Cost Shares under the Path Serial Rule / Michel Truchon et Cyril Tétédo
- 2002s-42 Maximal Decompositions of Cost Games into Specific and Joint Costs / Michel Moreaux et Michel Truchon
- 2002s-41 Maximum Likelihood and the Bootstrap for Nonlinear Dynamic Models / Sílvia Gonçalves, Halbert White
- 2002s-40 Selective Penalization Of Polluters: An Inf-Convolution Approach / Ngo Van Long et Antoine Soubeyran
- 2002s-39 On the Mediation Role of Feelings of Self-Determination in the Workplace: Further Evidence and Generalization / Marc R. Blais et Nathalie M. Brière
- 2002s-38 The Interaction Between Global Task Motivation and the Motivational Function of Events on Self-Regulation: Is Sauce for the Goose, Sauce for the Gander? / Marc R. Blais et Ursula Hess
- 2002s-37 Static Versus Dynamic Structural Models of Depression: The Case of the CES-D / Andrea S. Riddle, Marc R. Blais et Ursula Hess
- 2002s-36 A Multi-Group Investigation of the CES-D's Measurement Structure Across Adolescents, Young Adults and Middle-Aged Adults / Andrea S. Riddle, Marc R. Blais et Ursula Hess
- 2002s-35 Comparative Advantage, Learning, and Sectoral Wage Determination / Robert Gibbons, Lawrence F. Katz, Thomas Lemieux et Daniel Parent
- 2002s-34 European Economic Integration and the Labour Compact, 1850-1913 / Michael Huberman et Wayne Lewchuk
- 2002s-33 Which Volatility Model for Option Valuation? / Peter Christoffersen et Kris Jacobs
- 2002s-32 Production Technology, Information Technology, and Vertical Integration under Asymmetric Information / Gamal Atallah
- 2002s-31 Dynamique Motivationnelle de l'Épuisement et du Bien-être chez des Enseignants Africains / Manon Levesque, Marc R. Blais, Ursula Hess
- 2002s-30 Motivation, Comportements Organisationnels Discretionnaires et Bien-être en Milieu Africain : Quand le Devoir Oblige / Manon Levesque, Marc R. Blais et Ursula Hess
- 2002s-29 Tax Incentives and Fertility in Canada: Permanent vs. Transitory Effects / Daniel Parent et Ling Wang
- 2002s-28 The Causal Effect of High School Employment on Educational Attainment in Canada / Daniel Parent

* Consultez la liste complète des publications du CIRANO et les publications elles-mêmes sur notre site Internet :

- 2002s-27 Employer-Supported Training in Canada and Its Impact on Mobility and Wages / Daniel Parent
- 2002s-26 Restructuring and Economic Performance: The Experience of the Tunisian Economy / Sofiane Ghali and Pierre Mohnen
- 2002s-25 What Type of Enterprise Forges Close Links With Universities and Government Labs? Evidence From CIS 2 / Pierre Mohnen et Cathy Hoareau
- 2002s-24 Environmental Performance of Canadian Pulp and Paper Plants : Why Some Do Well and Others Do Not ? / Julie Doonan, Paul Lanoie et Benoit Laplante
- 2002s-23 A Rule-driven Approach for Defining the Behavior of Negotiating Software Agents / Morad Benyoucef, Hakim Alj, Kim Levy et Rudolf K. Keller
- 2002s-22 Occupational Gender Segregation and Women's Wages in Canada: An Historical Perspective / Nicole M. Fortin et Michael Huberman
- 2002s-21 Information Content of Volatility Forecasts at Medium-term Horizons / John W. Galbraith et Turgut Kisinbay
- 2002s-20 Earnings Dispersion, Risk Aversion and Education / Christian Belzil et Jörgen Hansen
- 2002s-19 Unobserved Ability and the Return to Schooling / Christian Belzil et Jörgen Hansen
- 2002s-18 Auditing Policies and Information Systems in Principal-Agent Analysis / Marie-Cécile Fagart et Bernard Sinclair-Desgagné
- 2002s-17 The Choice of Instruments for Environmental Policy: Liability or Regulation? / Marcel Boyer, Donatella Porrini
- 2002s-16 Asymmetric Information and Product Differentiation / Marcel Boyer, Philippe Mahenc et Michel Moreaux
- 2002s-15 Entry Preventing Locations Under Incomplete Information / Marcel Boyer, Philippe Mahenc et Michel Moreaux
- 2002s-14 On the Relationship Between Financial Status and Investment in Technological Flexibility / Marcel Boyer, Armel Jacques et Michel Moreaux
- 2002s-13 Modeling the Choice Between Regulation and Liability in Terms of Social Welfare / Marcel Boyer et Donatella Porrini
- 2002s-12 Observation, Flexibilité et Structures Technologiques des Industries / Marcel Boyer, Armel Jacques et Michel Moreaux
- 2002s-11 Idiosyncratic Consumption Risk and the Cross-Section of Asset Returns / Kris Jacobs et Kevin Q. Wang
- 2002s-10 The Demand for the Arts / Louis Lévy-Garboua et Claude Montmarquette
- 2002s-09 Relative Wealth, Status Seeking, and Catching Up / Ngo Van Long, Koji Shimomura
- 2002s-08 The Rate of Risk Aversion May Be Lower Than You Think / Kris Jacobs
- 2002s-07 A Structural Analysis of the Correlated Random Coefficient Wage Regression Model / Christian Belzil et Jörgen Hansen
- 2002s-06 Information Asymmetry, Insurance, and the Decision to Hospitalize / Åke Blomqvist et Pierre Thomas Léger
- 2002s-05 Coping with Stressful Decisions: Individual Differences, Appraisals and Choice / Ann-Renée Blais

- 2002s-04 A New Proof Of The Maximum Principle / Ngo Van Long et Koji Shimomura
- 2002s-03 Macro Surprises And Short-Term Behaviour In Bond Futures / Eugene Durenard et David Veredas
- 2002s-02 Financial Asset Returns, Market Timing, and Volatility Dynamics / Peter F. Christoffersen et Francis X. Diebold
- 2002s-01 An Empirical Analysis of Water Supply Contracts / Serge Garcia et Alban Thomas
- 2001s-71 A Theoretical Comparison Between Integrated and Realized Volatilities Modeling / Nour Meddahi
- 2001s-70 An Eigenfunction Approach for Volatility Modeling / Nour Meddahi
- 2001s-69 Dynamic Prevention in Short Term Insurance Contracts / M. Martin Boyer et Karine Gobert
- 2001s-68 Serial Cost Sharing in Multidimensional Contexts / Cyril T  j  do et Michel Truchon
- 2001s-67 Learning from Strike / Fabienne Tournadre et Marie-Claire Villeval
- 2001s-66 Incentives in Common Agency / Bernard Sinclair-Desgagn  
- 2001s-65 Detecting Multiple Breaks in Financial Market Volatility Dynamics / Elena Andreou et Eric Ghysels
- 2001s-64 Real Options, Preemption, and the Dynamics of Industry Investments / Marcel Boyer, Pierre Lasserre, Thomas Mariotti et Michel Moreaux
- 2001s-63 Dropout, School Performance and Working while in School: An Econometric Model with Heterogeneous Groups / Marcel Dagenais, Claude Montmarquette et Nathalie Viennot-Briot
- 2001s-62 Derivatives Do Affect Mutual Funds Returns : How and When? / Charles Cao, Eric Ghysels et Frank Hatheway
- 2001s-61 Conditional Quantiles of Volatility in Equity Index and Foreign Exchange Data / John W. Galbraith, Serguei Zernov and Victoria Zinde-Walsh
- 2001s-60 The Public-Private Sector Risk-Sharing in the French Insurance "Cat. Nat. System" / Nathalie de Marcellis-Warin et Erwann Michel-Kerjan
- 2001s-59 Compensation and Auditing with Correlated Information / M. Martin Boyer et Patrick Gonz  lez
- 2001s-58 Resistance is Futile: An Essay in Crime and Commitment / M. Martin Boyer
- 2001s-57 The Unreliability of Output Gap Estimates in Real Time / Athanasios Orphanides et Simon van Norden
- 2001s-56 Exact Nonparametric Two-Sample Homogeneity Tests for Possibly Discrete Distributions / Jean-Marie Dufour et Abdeljelil Farhat
- 2001s-55 Les co  ts de la r  glementation : une revue de la litt  rature / Robert Gagn  , Paul Lanoie, Pierre-Carl Micheud et Michel Patry
- 2001s-54 Testing for structural Change in the Presence of Auxiliary Models / Eric Ghysels et Alain Guay
- 2001s-53 Environmental Regulation and Productivity: New Findings on the Porter Hypothesis / Paul Lanoie, Michel Patry et Richard Lajeunesse
- 2001s-52 The Aftermarket Performance of Initial Public Offerings in Canada / Maher Kooli et Jean-Marc Suret